

Roman MESTRE

« Modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel.
Une application avec l'Or et le Pétrole »

WP MRE 2019.1

Montpellier Recherche en Economie EA 7491 – Faculté d'Économie
Université de Montpellier - MUSE « Montpellier Université d'Excellence »
Contact : alain.marciano@umontpellier.fr

Modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel

-Une application avec l'Or et le Pétrole-

Roman MESTRE*

RESUME :

Le modèle Multi-Betas tempo-fréquentiel avec erreurs ARMA-EGARCH qui retient le Pétrole et l'Or comme facteurs de risques supplémentaires permet de prendre en compte une partie des insuffisances statistiques de l'estimation du MEDAF. Nous l'appliquons pour les 30 actions françaises sur la période journalière 2005-2015. Nous montrons qu'il constitue une véritable aide à la décision dans les choix d'investissement des gestionnaires de portefeuilles. Les fundamentalistes peuvent, par exemple, sélectionner un panel d'actions en considérant leurs sensibilités à l'Or et au Pétrole. La conjugaison des paramètres estimés du modèle avec la décomposition fréquentielle des variables constitue un atout non négligeable dans l'élaboration de leurs choix. Il en est ainsi, de l'impact négatif du Pétrole plus important à long-terme sur les primes de risque lorsqu'il est associé à un paramètre de marché élevé comme les actions du secteur bancaire. A court-terme la sensibilité des primes des actions au marché n'est pas modifiée par ce type de construction, et les « noise trader » peuvent conserver les betas du modèle Multi-Betas global (sans décomposition fréquentielle) pour élaborer leurs stratégies d'investissement.

MOTS-CLES :

MEDAF, Modèle Multi-Betas, Analyse temps-fréquence, MODWT, Pétrole, Or, CAC40

*Corresponding author. MRE Université de Montpellier, UFR d'économie Avenue Raymond Dugrand– Site de Richter C.S. 79606 34960 Montpellier CEDEX 2 Courriel : roman.mestre@live.fr

La théorie moderne du portefeuille de Markowitz (1952) a conduit (dans les années 60) à l'émergence du modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) de Sharpe, Lintner et Mossin. Son expression mathématique, la Securities Market Line (ou SML), est similaire à un modèle de régression linéaire simple entre la prime de risque d'un actif et celle d'un marché de référence. D'après les hypothèses du MEDAF le marché est le seul facteur de risque pour une action et les agents possèdent des comportements d'investissement identiques. Le risque systématique est mesuré par l'estimation du paramètre de la régression traditionnelle qualifiée de Droite de Marché. Nous résumons dans les points suivants les limites statistiques et théoriques du MEDAF qui ont été mises en évidence par les différentes études :

- Le problème de l'estimation des paramètres du modèle

Plusieurs auteurs comme Black, Scholes et Jensen (1972) puis Fama et MacBeth (1973) ont repéré plusieurs anomalies statistiques dans le modèle en particulier la non-robustesse des méthodes utilisées associée à la présence d'une autocorrélation-hétéroscédasticité dans les résidus de l'estimation et à l'absence probable de variables exogènes dans le modèle.

- La présence d'effets d'autocorrélation et d'hétéroscédasticité dans le MEDAF a été observée par de nombreuses études comme celles de Diebold *et al* (1988) et de Giaccoto et Ali (1982). Une des conséquences de ce constat réside dans la perte des propriétés statistiques BLUE de l'estimateur Beta notamment celle de variance minimale et de convergence. La famille des processus (G)ARCH d'Engel (1982) et de Bollerslerv (1986) est couramment utilisée pour estimer un paramètre Beta plus consistant que celui des MCO (Bera et al [1988], Schwert et Seguin [1990] et Corhay et Rad [1996]). La prise en compte de l'heteroscedasticité semble, cependant, n'affecter que les périodes de fortes volatilités du modèle, comme le montre Morelli en 2003 en comparant deux versions du MEDAF (avec et sans GARCH) pour les actions anglaises. Plus récemment, Bendod *et al* (2017), en évaluant le MEDAF et le MEDAF-GARCH pour le secteur pétrolier des pays arabes et du Golf, arrivent à des conclusions similaires à celles de Mestre et Terraza (2018) sur des données françaises. Ces derniers indiquent que les processus EGARCH sont mieux adaptés pour mesurer le Beta de la droite de marché et précisent que les différences entre les Betas du MEDAF et ceux du MEDAF-EGARCH sont peu significatives lorsqu'ils sont inférieurs à un alors qu'une correction s'avère nécessaire pour les Betas plus grands. Pour l'ensemble de ces études on constate une nette amélioration des caractéristiques des résidus des droites de marches.
- Le rajout de variables explicatives dans le MEDAF, porte le nom de Modèles Multi-Facteurs ou Multi-Betas. Il a été initié à l'origine et construit théoriquement par Merton (1973) et Ross (1976) (modèles Arbitrage Pricing Theory ou APT). La nature et le nombre de variables retenues varient selon les auteurs et les analyses. Ainsi par exemple, Bantz (1981), Basu (1983) montrent l'importance des variables comptables (propres aux entreprises) sur les rendements d'une action, comme leur capitalisation ou leur taille (en fréquences annuelles ou trimestrielles). Dans le

prolongement de ces travaux, Fama et French (1992-1996) établissent un MEDAF à trois facteurs (communément appelé Modèle Fama-French) qui considère le Price-Earning-Ratio et la taille de l'entreprise en supplément du Marché. Par ailleurs, Chen *et al* (1986) incorporent des variables macroéconomiques comme la production ou les taux d'intérêt dans l'équation de la Droite de Marché.

- L'hypothèse d'homogénéité des agents

Cette hypothèse constitue une critique théorique importante du MEDAF. En pratique, les investisseurs possèdent des comportements hétérogènes qui se traduisent par une fréquence de placement différente. On peut ainsi comparer les positions des Trader à Hautes-Fréquences (THF) qui placent à court-terme de celles des Fonds Commun de Placements (FCP) qui investissent à long-terme. Ces agents ne valorisent pas les mêmes informations sur les marchés mais ils utilisent les mêmes modèles/méthodes d'analyse qu'ils adaptent pour les rattacher à des séries chronologiques qui leurs sont propres. Les ondelettes liées à l'analyse temps-fréquence répondent à ce type de problématique. Les décompositions discrètes ou MODWT (Cf. les travaux de Mallat et de Meyer) apparaissent comme l'outil le plus adapté et le plus simple à mettre en œuvre dans ce cas. Gençay *et al* (2005) sur des données américaines puis Mestre et Terraza (2018) sur des données françaises ont montré, en appliquant cette méthode, qu'il est possible de prendre en compte cette hypothèse de comportements hétérogènes qui conduit à une différenciation du Beta selon les divers horizons d'investissement.

Nous proposons, dans cet article, pour retenir ces différentes limites du MEDAF (Hétéroscédasticité, variables exogènes supplémentaires, hétérogénéité des agents) d'estimer un modèle Multi-Betas tempo-fréquentiel avec erreurs AR-GARCH pour les 30 actions pérennes du CAC 40 pour la période journalière de Janvier 2005 à Décembre 2015.

Dans une première partie, nous estimons les paramètres du Modèle global Multi-Beta-GARCH puis nous recourons à la décomposition en ondelettes des variables du modèle pour construire des modèles temps-fréquence qui prennent en compte les comportements hétérogènes des agents. Nous discutons les résultats obtenus et les perspectives qu'ils ouvrent pour les gestionnaires de portefeuilles.

I. Estimation du Modèle Multi-Betas temporel

Le Modèle Multi-Betas, théorisé par Merton (1973), incorpore à côté de la variable de marché d'autres variables censées améliorer l'estimation des paramètres de la droite de marché d'origine (le MEDAF). Les réalisations dans ce sens sont nombreuses mais depuis les chocs pétroliers des années 1980, elles ont surtout mis en évidence les liens entre les marchés financiers et le Pétrole. Huang *et al* (1996) puis Jones et al (2004), Basher et Sadorsky (2006), Boyer et Fillion (2007), Nandha (2011), montrent ainsi les effets des variations des prix du pétrole sur les rendements des actions (particulièrement dans les secteurs pétrolier et énergétique). D'après ces auteurs, cette variable impacte positivement les entreprises des secteurs Énergétique et Pétrolier notamment dans les pays producteurs. Lee et Zeng (2011) arrivent à des résultats similaires pour les pays du G7 à partir d'une Régression Quantile.

L'Or est une variable communément présentée comme un « actif refuge » (« Safe Heaven ») avec des variations contracycliques au marché comme l'indique Baur et Lucey (2010), puis Baur et McDermott (2010-2016). Les études sur les relations entre l'Or et les Marchés sont nombreuses et confirment en partie ce constat. Il en est ainsi du travail de Sumner *et al* (2010) qui montrent que les marchés affectent le prix de l'Or en période de crise mais leurs liens sont plus ténus en période d'expansion. Miyazaki *et al* (2012) confirment l'intérêt de l'Or en gestion de portefeuille en tant qu'actif contracyclique faiblement corrélé avec les marchés à court-terme. Mirsha *et al* (2010) soulignent l'existence d'une relation bicausale entre les prix de l'Or et le Marché Indien. Plus récemment, Arfaoui et Ben Rejeb (2017) avec des données américaines et Hussain Shahzad *et al* (2017) avec un panel de pays Européens (Grèce, Irlande, Portugal, Espagne et Italie) confirment ce résultat : l'Or a bien une influence sur les marchés financiers.

Ces travaux portent, principalement, sur l'analyse des liens existant entre l'Or et les marchés financiers mais peu d'études introduisent directement l'Or dans l'équation du MEDAF. Chua *et al* (1990) ont appliqué le MEDAF en incluant l'Or comme variable dépendante, le considérant ainsi comme un actif à part entière mais il reste, cependant, peu sensible aux variations du marché car son beta est faible. Ces auteurs n'étudient pas la relation inverse, à savoir la sensibilité des actions aux variations du prix de l'Or, contrairement à Tufano (1998) à partir d'actions minières nord-américaines durant les années 1990. En analysant le MEDAF avec l'Or en variable explicative, ce dernier conclue, que les actions de ce secteur sont beaucoup plus sensibles à l'Or qu'au Marché car leur Beta est plus important. Il met aussi en évidence des différences de Beta en fonction de la fréquence des données retenues (journalière, mensuelle ou annuelle). Jonhson et Lamdin (2016) puis He *et al* (2018) arrivent à des résultats similaires avec les mêmes variables pour des données journalières américaines et anglaises plus récentes (entre 2005-2015).

La conjugaison de ces différents travaux, nous conduisent à retenir, dans la suite de cet article, le Pétrole et l'Or comme facteurs supplémentaires à la variable de marché. Nous prenons en compte les limites statistiques des résidus issus de l'estimation de ces modèles ainsi que l'hypothèse d'hétérogénéité des agents par un modèle Multi-Betas avec erreurs AR-EGARCH. Nous l'estimons pour les 30 actions françaises cotées sur le CAC40 (utilisé comme référence) pour la période journalière 2005-2015. Nous considérons le prix du baril de Pétrole WTI coté sur le New-York Mercantile Exchange et celui de l'once d'Or coté au London Bullion Market. Les caractéristiques des différentes séries en logarithme ainsi que les résultats des tests de racine unitaire (Cf. Annexe A1.1 et A1.2) montrent qu'elles sont toutes non-stationnaires de type DS. Nous retranchons le taux sans risque aux variables stationnalisées par le filtre aux différences premières, comme l'indique la théorie du MEDAF, pour obtenir les Primes de Risque. Le taux sans risque retenu est le taux des obligations française OAT à 10 ans. L'Annexe A1.3 consigne les résultats des caractéristiques des séries des primes de risque retenues. Ces nouvelles variables sont centrées et stationnaires (Cf. A1.2).

Le Modèle Multi-Betas s'écrit alors :

$$r_{i,t} = \beta_{m,i} r_{m,t} + \beta_{o,i} r_{o,t} + \beta_{g,i} r_{g,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (1)$$

Avec $r_{i,t}$ la prime de risque de l'actif i , $r_{m,t}$ celle du marché. $r_{o,t}$ est la prime de risques du pétrole (Oil) et $r_{g,t}$ celle de l'Or (Gold).

Sous les hypothèses des MCO, $\varepsilon_{i,t}$ est un processus *i.i.d* ($0, \sigma_\varepsilon$) et dans ce cas les paramètres $\beta_{m,i}$, $\beta_{o,i}$ et $\beta_{g,i}$ sont consistants. Les études précitées rejettent cette hypothèse sur l'aléa. Nous lui substituons une représentation de type AR(1)-EGARCH(1,1) (Cf. Bibliographie 42). Les paramètres de l'équation (1) et ceux de ce processus sont simultanément estimés par la méthode du maximum de vraisemblance associée à un algorithme d'optimisation non-linéaire (Cf. Ye [1992] et Ghalanos and Theussl [2011]).

Le tableau 1 résume les résultats de ces estimations classées selon les valeurs décroissantes des β_m obtenus.

Tableau 1 : Estimation du Modèle Multi-Betas-AR-EGARCH

	MB-EGARCH	β_m	TSTAT	β_o	TSTAT	β_g	TSTAT	R2	JB	LB	ARCH
Actions avec $\beta_m < 1$	Essilor	0,532	33,25	-0,0169	-2,18	0,0376	2,2	0,31	16533	2,35	3,27
	Sodexo	0,571	37,31	-0,0303	-3,77	0,0112	0,85	0,35	9494	0,81	0,7
	Ricard	0,634	40,76	-0,0239	-3,13	0,0398	3,12	0,35	9779	5,62	0,47
	Publicis	0,699	44,35	0,0037	0,29	0,0262	2,85	0,43	2014	5,82	0,77
	Danone	0,701	49,39	-0,0109	-1,33	0,0237	1,52	0,41	4726	3,94	2,24
	Orange	0,727	49,78	-0,0167	-2,21	-0,0427	-3,05	0,43	4609	2,51	0,42
	L'Oréal	0,768	52,25	-0,0254	-3,02	-0,0008	-0,05	0,49	4672	1,47	2,35
	Vivendi	0,791	55,85	-0,0091	-1,04	-0,0091	-0,56	0,52	7738	1,57	2,3
	Veolia	0,833	40,91	-0,0312	-4,95	-0,0195	-0,95	0,39	149850	0,19	1,21
	Air Liquide	0,853	66,28	-0,0052	-1,06	0,0407	3,69	0,65	7500	3,28	0,64
	Total	0,859	72,35	0,0757	10,15	0,0781	5,8	0,69	2419	3	1,06
	Carrefour	0,874	47,28	-0,0155	-1,68	-0,0026	-0,14	0,48	3817	1,39	1,11
	Technip	0,937	38,04	0,1423	11,01	0,1062	4,25	0,41	7486	5,32	4,55
	Airbus	0,946	39,37	0,0071	0,6	0,0217	0,86	0,36	104573	0,17	0,08
	GDF	0,949	28,9	-0,0153	-4,25	-0,0395	-2,52	0,5	153218	6,21	0,18
	Accor	0,959	43,34	-0,0163	-1,35	0,036	1,58	0,48	5618	1,37	1,07
Actions avec $\beta_m = 1$	Bouygues	0,987	47,83	-0,0148	-1,38	0,0417	2,31	0,5	17527	0,59	0,48
	Gemini	1,008	46,98	-0,0281	-2,23	0,021	0,89	0,48	2815	2,43	0,34
	Michelin	1,023	41,23	-0,0162	-1,2	0,0376	1,81	0,49	3588	4,26	1,44
	LVMH	1,031	76,11	-0,0122	-1,54	0,0192	1,17	0,62	10478	1,69	0,68
	Vinci	1,068	77	-0,017	-2,5	0,0132	0,93	0,67	5157	1,34	0,96
	Alcatel	1,133	34,36	-0,0209	-3,27	-0,0883	-5,23	0,32	14120	0,31	1,49
	PSA	1,14	44,18	-0,0176	-1,19	-0,0535	-1,75	0,39	1557	4,19	1,24
	Schneider	1,195	69	-0,0085	-0,82	0,0193	1,06	0,68	1086	9,99	2,54
	St-Gobain	1,252	67,31	-0,0021	-0,29	0,0057	1,21	0,67	15798	1,99	0,23
	Renault	1,276	52,46	-0,0175	-1,52	0,0186	0,82	0,55	2303	0,94	1,94
Actions avec $\beta_m > 1$	AXA	1,296	61,17	-0,0386	-3,74	-0,0591	-3,11	0,67	43408	4,34	0,04
	BNP	1,303	76,83	-0,0315	-3,58	-0,0811	-5,55	0,61	41010	2,48	1,09
	SG	1,315	61,39	-0,0015	-0,13	-0,0878	-4,55	0,56	11224	1,5	4,65
	CA	1,356	61,91	-0,0252	-1,97	-0,0712	-2,92	0,56	7966	2,69	1,6

Au risqué de 5%, Colonne LB (Ljung-Box test): $\chi^2(5)=11,1$; Colonne ARCH (ARCH-LM test): $\chi^2(5)=11,1$ Colonne J-B (Jarque-Bera Line): $\chi^2(2)=5,99$. Il s'agit ici des Tests pondérés de Ljung-Box et de ARCH-M de Fisher-Gallagher (2012).

Par ailleurs, dans ce modèle de régression l'absence de colinéarité entre les variables exogènes du modèle vérifiée dans l'annexe A2.

Les paramètres Betas sont tous significatifs et on remarque avec les coefficients de détermination (R^2) que l'ensemble des variables explique entre 30 et 70% du risque total des actifs. Ce classement révèle une relation significative ($R^2=0.33$) entre les β_m et les coefficients de déterminations R^2 qui leurs correspondent. Les actions ayant un β_m fort possèdent globalement un R^2 plus élevé, mais cette relation est perturbée par la présence de valeurs exceptionnelles liées à des actions comme Airbus et PSA , par exemple.

Les résidus du Modèle Multi-Betas ne sont plus autocorrélés et hétéroscédastiques et, malgré que leurs hypothèses de normalité ne soient pas respectées, on peut considérer que ce modèle peut être statistiquement utilisé dans la suite de cette étude.

Les tests de significativité des Betas relatifs au pétrole et à l'or nous permettent de savoir pour quelles actions le Modèle Multi-Betas peut être retenu. Si $\beta_o = \beta_g = 0$, nous retrouvons l'équation de la droite de marché du MEDAF. L'ensemble des résultats des estimations nous amène aux commentaires suivants :

- Pour 37% de l'échantillon soit 11 actions (Danone, Vivendi, Carrefour, Airbus, Accor, Michelin, LVMH, PSA, Schneider, St-Gobain, Renault) l'ajout des variables Pétrole et Or conduisent à accepter l'hypothèse $\beta_o = \beta_g = 0$, et de ce fait les résultats du MEDAF restent valables pour cet échantillon constitué principalement des secteurs agroalimentaire et automobile.
- Pour les 19 actions restantes (soit 63% de l'échantillon), il existe au moins une variable supplémentaire significative. Parmi elles, on remarque que 4 actifs (Publicis, Air Liquide, Bouygues et SG) possèdent un $\beta_o = 0$ et 5 autres (Sodexo, L'Oréal, Gemini, Veolia et Vinci) ont un $\beta_g = 0$. Au final, l'ajout des deux variables supplémentaires est doublement significatif pour 1/3 de notre échantillon, soit 12 actions.

Une correction des β_m du modèle MEDAF est possible afin de se rapprocher d'un Beta plus consistant sans avoir à réestimer le modèle avec des erreurs AR(1)-EGARCH¹. Cette correction reste valable dans le cadre du modèle Multi-Betas puisqu'il n'y a pas de différences significatives entre les β_m (et les résidus) estimés du Modèle Multi-Betas du tableau 2 et ceux du MEDAF avec erreurs AR(1)-EGARCH(1,1) (Cf. Annexe A3 et A4). L'ajout de variables supplémentaires apparaît ainsi comme limité pour une grande partie des actions car aucune différence n'apparaît sur leur Beta du marché. L'intérêt du Modèle Multi-Betas résulte, cependant, dans l'analyse et l'interprétation par les gestionnaires de portefeuille des signes et de l'intensité des β_o et des β_g .

Pour une grande partie des actions avec un β_o significatif, on remarque que les estimateurs sont quasiment tous négatifs. Néanmoins ces sensibilités aux prix du Pétrole sont très faibles comme l'indique leurs intensités qui se situent entre -0.015% et -0.030%. Si l'on se réfère à la classification des actions par la valeur du β_m , illustrée dans le tableau 1 on constate que le

¹ Cf. Bibliographie 42

Pétrole influence de la même manière les différentes catégories d'actifs. Une exception notable concerne, cependant, les actions Technip et Total pour lesquelles les β_o sont positifs et plus importants que les autres actifs. Ainsi, une hausse de 1% du prix du pétrole entraîne une augmentation de 0.08% du rendement de Total et de 0.14% pour celui de Technip. On en conclue que les actions du secteurs pétrolier et gazier sont les plus sensibles aux variations du prix du Pétrole, ce qui est concordant avec leurs activités.

Les β_g significatifs sont négatifs pour 7 actions (Alcatel, SG, BNP, CA, AXA, Orange et GDF) et positifs pour 7 autres (Publicis, Essilor, Ricard, Air Liquide, Bouygues, Total, Technip). Les actions bancaires qui sont catégorisées comme « risquées » par leurs β_m supérieur à un, sont négativement affectées par les variations du prix de l'Or, ce qui tend à justifier son caractère « d'actif refuge ». On peut étendre ce résultat aux actions avec un Beta fort (secteur bancaire + Alcatel dans notre cas) possédant une sensibilité négative et élevée aux prix de l'Or alors que les actions avec un $\beta_m < 1$ ont des β_g positifs et plus faibles. Une fois de plus, Total et Technip sont des exceptions car elles sont plus sensibles à l'Or que les autres actions.

En comparant les sensibilités des trois estimateurs, le Marché reste la source de risque principale car les β_m sont plus important que les autres betas en valeurs absolues. On note aussi que les sensibilités à l'Or sont plus élevées (en valeurs absolues) que celles relatives aux Pétrole notamment pour les actions bancaires et pour celles avec une forte sensibilité au marché.

II. Estimation du Modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel

Sur les marchés financiers l'hypothèse d'homogénéité des comportements des agents est difficilement tenable. La fréquence des placements d'un THF et d'un FCP, dans un portefeuille boursier, par exemple, dépend de leurs intentions d'achat ou de vente basées sur divers calculs/modèles financiers. Ces derniers ne permettent pas de différencier les agents dans la mesure où ils considèrent une agrégation des comportements (i.e. un « comportement moyen ») à partir des séries financières qu'ils utilisent comme référentiel. La décomposition temps-fréquences en ondelettes de ces séries trouvent leur justification dans le modèle Multi-Betas, en attribuant les fréquences courtes aux Trading de Hautes-Fréquences et celles plus basses aux fondamentalistes. Elles constituent une réponse pertinente à l'analyse des comportements des agents qui font appel aux modèles de ce type.

Dans ce paragraphe nous rappelons brièvement la méthodologie retenue des ondelettes avant de comparer les résultats du Modèle Multi-Betas global avec sa décomposition temps-fréquences. Nous mettons par la suite l'accent sur les sensibilités fréquentielles aux variables exogènes introduites dans le modèle, l'Or et le Pétrole.

- **Rappel sur la méthodologie des ondelettes : Maximal Overlap Discret Wavelets Transform (MODWT) :**

Rappelons qu'une ondelette-mère $\Psi(t)$ de moyenne nulle et normalisée s'écrit² :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1 \quad (2)$$

Ces propriétés permettent de garantir la préservation de la variance lors de la décomposition d'une série et le respect d'une condition d'admissibilité/d'existence de l'ondelette (Grossman et Morlet [1984]).

Cette ondelette-mère est traduite par un paramètre τ et dilatée par un paramètre d'échelle s pour obtenir des ondelettes-filles qui servent de base au filtrage de la série :

$$\Psi_{\tau,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (3)$$

La décomposition de la fonction temporelle $x(t)$ s'effectue selon des coefficients d'ondelettes notés $W(s, \tau)$. Ils s'écrivent :

$$W(s, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt = \langle x(t), \psi_{\tau,s}(t) \rangle \quad (4)$$

ψ^ est la complexe conjuguée de ψ*

Les paramètres τ et s indiquent ainsi la localisation temporelle et fréquentielle du coefficient. Les ondelettes permettent, de ce fait, la représentation temporelle des composantes fréquentielles d'où le nom d'analyse temps-fréquence. Il s'agit ici d'une présentation théorique d'une décomposition en ondelettes continues. Une version en temps discret s'applique pour les séries temporelle x_t mais le principe reste similaire puisque les fréquences restent toujours continues. L'utilisation pratique de ce type de décomposition implique des temps de calculs importants et a conduit à une discrétisation en fréquence appelée la MODWT pour permettre des transformations rapides. Les ondelettes se définissent alors comme une succession d'une combinaison de filtres Passe-Haut et Passe-Bas répétée J fois (Algorithme de Mallat [1989-2009]). L'indice J correspond au nombre optimal de répétitions nécessaires pour reconstruire entièrement une série x_t de taille N . Il est tel que $J = \frac{\text{Ln}(N)}{\text{Ln}(2)}$.

La MODWT, malgré ce procédé simplifié, préserve la variance de la série décomposée, permettant sa bonne reconstruction sans perte informationnelle. Elle s'effectue alors en sommant les composantes de hautes et de basses-fréquences issues de la décomposition de la série:

$$x_t = S_{J,t} + \sum_{j=1}^{j=J} D_{j,t} \quad (5)$$

² Nous retenons les notations de Mallat (2001)

$S_{j,t}$ traduit ainsi une approximation basique de la série à laquelle on ajoute des Détails $D_{j,t}$ qui rassemblent les fréquences correspondantes à leur échelle j comprises dans l'intervalle, ou les Bandes de Fréquences, $[\frac{1^{j+1}}{2} ; \frac{1^j}{2}]$.

En finance, l'interprétation des fréquences est simplifiée en les exprimant en Périodes qui possèdent la même unité temporelle que les données. On les assimile ainsi comme les différents horizons d'investissement des agents (Court-Moyen-Long terme). Le tableau de l'Annexe A5 consigne les bandes de fréquences et les horizons temporels en jours auxquels elles correspondent.

Compte tenu de la longueur de nos échantillons, nous obtenons 11 bandes de fréquences et une approximation. Les bandes de Hautes Fréquences (D1-D2) traduisent ainsi des horizons de placement courts tandis que celles de Basses-Fréquences illustrent un horizon plus long. Afin de simplifier l'analyse nous retenons les 6 premières bandes de fréquences : la bande de fréquence notée D1 illustre ainsi un horizon plutôt court compris entre 2 et 4 jours (Hautes-Fréquences) tandis que D6 représente un investissement plus long (Basses-Fréquences) compris entre 3 et 6 mois.

Dans le cadre du Modèle Multi-Betas retenu, nous décomposons la variable expliquée et les trois variables explicatives par la MODWT. Chaque Bandes de Fréquences d'une action est reliée dans le Modèle Multi-Betas tempo-fréquentiel avec celle d'un Marché, du Pétrole et de l'Or.

Les paramètres Betas sont ainsi placés dans l'espace tempo-fréquentiel et traduisent les sensibilités de l'actif aux facteurs retenus en fonction de la fréquence d'investissement de l'agent augmentant ainsi les possibilités de classification. Les différents modèles de régression sont estimés comme précédemment en conservant l'hypothèse simplificatrice de l'aléa obéissant à un processus AR(1)-EGARCH(1,1).

Pour un actif i , le Modèle Multi-Beta Tempo-Fréquentiel, qui possède par construction des moyennes nulles des différentes Bandes, s'écrit :

$$D_{j,t}^{actif} = \beta_j^m D_{j,t}^{Market} + \beta_j^o D_{j,t}^{Oil} + \beta_j^g D_{j,t}^{Gold} + \varepsilon_{j,t} \quad (6)$$

\forall la bande de fréquence $j = 1, \dots, 6$

$$\varepsilon_{j,t} \sim AR(1) - EGARCH(1,1)$$

L'ensemble des résultats³ des estimations fréquentielles du Modèle Multi-Betas AR-EGARCH tempo-fréquentiel est consigné dans l'Annexe A6.

³ Nous utilisons le package ‘rugarch’ dans R développé par Ghalanos et Theussl (2011).

- **Estimations des Modèles Multi-Betas Tempo-Fréquentiels :**

Les coefficients β_m sont, pour toutes les fréquences et toutes les actions, hautement significatifs. Les coefficients de déterminations fréquentiels ont des valeurs similaires à ceux du modèle global pour les hautes-fréquences (D1-D2), mais ils deviennent plus importants pour les basses-fréquences (D4-D5) et avoisinent pratiquement 100% pour D6. L'ordre de grandeur des coefficients d'ondelettes des bandes D5-D6 étant très faible, les résidus des estimations le sont aussi ce qui explique les valeurs élevées des R^2 aux basses-fréquences. On note, cependant, pour toutes les fréquences des actions une détérioration des caractéristiques des résidus. En particulier, l'hétéroscédasticité n'est plus correctement capturée par le processus AR-EGARCH. Une augmentation des ordres de ces processus réduit les phénomènes d'autocorrélation et d'hétéroscédasticité sans pour autant modifier notablement les valeurs estimées des trois paramètres. Le Modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel, malgré ces réserves, possède des propriétés statistiques suffisantes pour analyser les résultats économiques auquel il conduit.

Les estimations des trois paramètres du modèle jouent ainsi un rôle central dans les stratégies des investisseurs qui peuvent s'interroger sur le choix du modèle à retenir en fonction de la significativité de ces estimateurs. On remarque que, globalement, les actions avec un β_m fort (>1) possèdent des β_o et β_g négatifs pour toutes les bandes de fréquences et particulièrement celles de long-terme et que les actions avec un β_m faible (inférieur à 1) ont des β_g positifs et relativement élevés alors que leurs β_o restent majoritairement négatifs. Les gestionnaires peuvent ainsi apprécier les différentes sources de risque affectant leurs portefeuilles lorsqu'ils effectuent leurs choix.

Le tableau 2, qui mesure les différences entre les paramètres du modèle global et ceux du modèle tempo-fréquentiel, constitue une aide supplémentaire à cette interprétation globale.

Tableau 2 : Pourcentages de Betas significativement différents entre le Modèle Multi-Betas Global (MBG) et le Modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel (MBTF)

MBTF -MBG	D1	D2	D3	D4	D5	D6
β_m	20%	16,66%	36,66%	50	73,33	83,33
β_o	20%	20%	30%	46,66%	76,66%	90%
β_g	3,33%	6,66%	23,33%	43,33%	73,33%	73,33%

On teste si la différence entre les deux estimateurs est significative avec un test de Student. On comptabilise alors le nombre de différences significatives que l'on exprime en pourcentage du nombre total d'action (i.e. 30)

Les Betas estimés sans les ondelettes (MBG) restent globalement identiques à ceux de court-terme (D1-D2) pour la majorité des actions et pour les différents betas, alors qu'ils présentent des différences très significatives pour des fréquences de long-termes (Par exemple pour D6, 83% des actions ont des β_m significativement différents entre les deux modèles).

Les ondelettes fournissent ainsi une estimation des betas différenciées selon la fréquence d'investissement permettant d'identifier et de mesurer l'importance de l'horizon de placement sur les indicateurs de risque systématique et les sensibilités aux différents facteurs. L'intensité

des β_o et des β_g est plus importante à long-terme qu'à court-terme. Pour toutes les actions, les variables sélectionnées affectent plus fortement les actifs pour des investissements longs. Nous confirmons ainsi les résultats obtenus par Gençay *et al* (2005) et par Mestre et Terraza (2018), concernant l'utilisation des ondelettes pour des placements longs. Le Modèle Multi-Beta tempo-fréquentiel présente donc un intérêt stratégique pour des investissements de long terme par l'estimation de ses paramètres des basses-fréquences.

- **Sensibilités des primes de risque des actions aux variables Pétrole et Or:**

Les tests de significativité des paramètres fréquentiels β_o et β_g des différentes actions permettent d'établir la grille de lecture suivante :

- Si $\beta_o = \beta_g = 0$, l'ajout des deux variables n'est pas approprié pour cet actif. Dans ce cas, il est possible de retenir la relation entre la décomposition des primes de risque et du marché, on le notera MEDAF Fréquentiel⁴.
- Si $\beta_o \neq 0$ et $\beta_g \neq 0$ les deux variables sont pertinentes et le Modèle Multi-Betas (MB) avec le Pétrole et l'Or est conservé.
- Si un seul Beta est significatif, nous retenons toujours le Modèle Multi-Betas en indiquant par « MB-Oil » ou « MB-Gold » le choix de la variable à conserver.

Une synthèse des résultats utilisant cette grille est présentée dans les Tableaux 3 où nous comptabilisons pour chaque bande de fréquences le nombre d'actions pour lesquelles le MEDAF ou le Multi-Betas avec une ou deux variables supplémentaires est retenu.

Tableaux 3 : Analyse des résultats du Modèle Multi-Betas Fréquentiel

3.1 Nombre d'actions pour lesquelles le MEDAF ou le Multi-Betas est valide (en valeurs et en pourcentages)

En Valeur	D1	D2	D3	D4	D5	D6
MEDAF	11	5	6	5	1	1
<u>Multi-Betas</u>	<u>19</u>	<u>25</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>29</u>	<u>29</u>
	Dont	Dont	Dont	Dont	Dont	Dont
MB Gold	6	3	6	4	1	1
MB Oil	5	15	7	7	3	5
MB Oil-Gold	8	7	11	14	25	23

En % de l'échantillon	D1	D2	D3	D4	D5	D6
MEDAF	36,67	16,67	20,00	16,67	3,33	3,33
<u>Multi-Betas</u>	<u>63,33</u>	<u>83,33</u>	<u>80,00</u>	<u>83,33</u>	<u>96,67</u>	<u>96,67</u>
MB Gold	20,00	10,00	20,00	13,33	3,33	3,33
MB Oil	16,67	50,00	23,33	23,33	10,00	16,67
MB Oil-Gold	26,67	23,33	36,67	46,67	83,33	76,67

⁴ Le MEDAF Fréquentiel à déjà été estimé dans l'étude référencée Bibliographie 41.

3.2 Résultats par actions

	D1	D2	D3	D4	D5	D6
Accor	MEDAF	MB Oil	MB Oil	MEDAF	MB	MB
Airbus	MEDAF	MEDAF	MB	MB Oil	MB	MB
Alcatel	MB Gold	MEDAF	MB Gold	MB	MB	MB
Air Liquide	MB Gold	MB Gold	MB Gold	MB Oil	MEDAF	MB Oil
AXA	MB	MB	MB	MB	MB	MB
BNP	MB Gold	MB Gold	MB Oil	MB	MB	MB
Bouygues	MB Oil	MB Oil	MB Gold	MB	MB	MB
CA	MB Gold	MB Gold	MB Gold	MB	MB	MB Oil
Carrefour	MEDAF	MB Oil	MB Oil	MB	MB	MB
Danone	MEDAF	MEDAF	MB	MEDAF	MB Gold	MB Oil
Essilor	MEDAF	MB	MB	MEDAF	MB	MB
GDF	MB Oil	MB Oil	MB Oil	MB Oil	MB	MB
Gemini	MEDAF	MB Oil	MB Gold	MB	MB Oil	MB
St-Gobain	MEDAF	MB Oil	MB Oil	MB Gold	MB	MB
L'Oréal	MB	MB Oil	MB Oil	MEDAF	MB Oil	MB
LVMH	MEDAF	MB Oil	MEDAF	MB Gold	MB	MB
Michelin	MEDAF	MB Oil	MEDAF	MB	MB	MB
Orange	MB	MB Oil	MB	MB Oil	MB	MEDAF
PSA	MB	MB Oil	MB Oil	MB Oil	MB	MB
Publicis	MB	MEDAF	MEDAF	MB Oil	MB Oil	MB
Renault	MB Oil	MB Oil	MB Gold	MEDAF	MB	MB Gold
Ricard	MB	MB	MB	MB Gold	MB	MB
Schneider	MEDAF	MEDAF	MEDAF	MB Gold	MB	MB
SG	MB Gold	MB	MB	MB	MB	MB
Sodexo	MB Oil	MB Oil	MEDAF	MB	MB	MB
Technip	MB	MB	MB	MB	MB	MB
Total	MB	MB	MB	MB	MB	MB
Veolia	MB Gold	MB Oil	MB	MB Oil	MB	MB Oil
Vinci	MEDAF	MB	MEDAF	MB	MB	MB
Vivendi	MB Oil	MB Oil	MB	MB	MB	MB Oil

La lecture de ces tableaux permet d'établir les commentaires suivants :

- Aucune action ne retient le MEDAF sur l'ensemble des bandes de fréquences, contrairement, au Modèle Multi-Betas où AXA, Technip et Total l'utilisent de façon complète. Il n'y a pas d'actions qui possèdent pour toutes les fréquences un modèle multi-betas intermédiaire.
- A court-terme (D1), le MEDAF est retenu pour 1/3 de l'échantillon ce qui correspond à l'estimation précédente du Modèle Global. Ce pourcentage diminue lorsque l'horizon d'investissement s'accroît au profit du Multi-Betas et en particulier du Multi-Betas avec le Pétrole. Les actions sont donc plus impactées par le Pétrole et/ou l'Or à long-terme qu'à court-terme.

Le Modèle Multi-Betas tempo-fréquentiel présente ainsi un intérêt statistique pour une majorité des actions et ce quel que soit les horizons de placement. C'est un modèle qui permet de compléter les résultats du MEDAF par l'introduction des décompositions des variables Pétrole et Or. Il peut constituer une aide à la décision pour les investisseurs en synthétisant les résultats des paramètres estimés qui mettent l'accent sur les sensibilités à l'or et au pétrole des primes de risque des actions.

Le tableau 4 consigne, pour chaque bande de fréquences, le pourcentage de β_o et de β_g significativement supérieur et inférieur à zéro ainsi que leurs moyennes. On associe à ces paramètres, pour une meilleure compréhension des sensibilités aux variables Or et Pétrole, la moyenne des β_m qui correspondent aux paramètres du marché des actions considérées.

Tableau 4 : Synthèse des signes des β_o et des β_g des modèles multi-betas

	D1	D2	D3	D4	D5	D6
% de $\beta_o > 0$	23,08	18,18	16,67	28,57	17,86	42,86
Moyenne β_o	0,06	0,07	0,12	0,06	0,09	0,1
Moyenne β_m	0,88	0,94	0,94	0,92	0,99	0,85
% de $\beta_g > 0$	42,86	60,00	58,82	55,56	50,00	50,00
Moyenne β_g	0,05	0,04	0,05	0,08	0,09	0,12
Moyenne β_m	0,79	0,8	0,86	0,97	1	0,95
% de $\beta_o < 0$	76,92	81,82	83,33	71,43	82,14	57,14
Moyenne β_o	-0,02	-0,03	-0,03	-0,05	-0,06	-0,11
Moyenne β_m	0,89	0,97	0,97	1,1	1,07	1,1
% de $\beta_g < 0$	57,14	40,00	41,18	44,44	50,00	50,00
Moyenne β_g	-0,07	-0,15	-0,08	-0,1	-0,09	-0,16
Moyenne β_m	1,13	1,33	1,16	1,22	1,11	1,11

Les estimations des paramètres de l'Or et du Pétrole du Modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel permettent d'établir les commentaires généraux suivants.

- Le nombre de modèles multi-betas présentant un β_g positif est relativement stable sur toutes les bandes de fréquence (autour des 50%) tandis qu'il est croissant pour les modèles avec un β_o positif. Nous remarquons, de plus, que leurs moyennes sont croissantes de D1 vers D6 (du court-terme vers le long-terme). Les actions avec un β_g et/ou un β_o positif(s) ont en moyenne un β_m inférieur ou égal à 1. Les actions pétrolières (Total, Technip et Air Liquide) sont fortement et positivement sensibles aux variations du Pétrole et de l'Or sur toutes les bandes de fréquences. On observe, de ce fait, que la valeur moyenne des β_o positifs est plus élevée que celle des β_o négatifs. Dans une moindre mesure les secteurs de l'Automobile, du Luxe (LVMH, L'Oréal et Ricard), de la Grande Distribution et des Services de Restauration (Carrefour, Danone et Sodexo) sont positivement affectés par l'Or et Le Pétrole à long-terme (D6 uniquement).

- Le nombre d'actions négativement sensibles au Pétrole est plus important à court-terme (D1-D2) qu'à long-terme (D6), tandis qu'il est plutôt stable pour l'Or. L'intensité des β_g et des β_o augmente avec l'horizon fréquentiel. Il en est de même de la valeur moyenne des β_m des actions avec $\beta_o < 0$ qui est inférieure à 1 jusqu'à la bande D3 puis supérieure à 1 au-delà. Les actions bancaires (SG, CA, BNP, SG et AXA) et celles liées à l'Energie électrique et à sa gestion (Veolia, GDF, Saint-Gobain, Schneider) ne sont pas (ou peu) sensibles aux variations de court-terme du prix du Pétrole (sauf AXA). Ces actions présentent, cependant, des β_o fortement négatifs avec un accroissement de l'horizons d'investissement des gestionnaires (D5-D6), et on observe un résultat contraire pour les actions du secteur Automobile. Les actions négativement sensibles à l'Or possèdent en moyenne un β_m supérieur à 1. On remarque, cependant, que l'intensité des β_g négatifs est plus forte (en moyenne) que celle des β_g positifs. L'Or affecte négativement les actions ayant un risque systématique important comme les actions bancaires/financières et Alcatel. En période d'expansion une hausse du Marché conduit à une augmentation (plus forte) du prix de ces actions et une baisse de l'Or confirme cette dynamique haussière. A l'opposé en période de Crise, la tendance décroissante du Marché pousse fortement les primes de ces actions à la baisse. Dans ce cas, les agents liquident leurs positions au profit de l'Or. La demande de ce dernier devenant de plus en plus importante, son prix augmente naturellement et va ainsi confirmer le choix des investisseurs et faire baisser le prix des actions. Son rôle d'« actif refuge » se trouve donc justifié même si la moitié des actions possèdent des β_g positifs.

III. Conclusion

Le modèle Multi-Betas tempo-fréquentiel complète efficacement les différents instruments auxquels recourent les investisseurs boursiers pour construire leurs portefeuilles. Il peut, tout d'abord, se substituer au MEDAF par sa prise en compte des anomalies résiduelles au moyen de processus générateurs de type ARMA-EGARCH pour l'aléa de la régression. Il enrichit ensuite l'explication des primes de risque des actions par l'ajout de variable exogènes supplémentaires et enfin il prend en compte l'hétérogénéité des comportements des agents par la décomposition tempo-fréquentielle des variables. Ce modèle, malgré quelques insuffisances statistiques, en particulier celles concernant les caractéristiques de ses résidus fréquents, apporte un gain d'information appréciable pour modéliser les primes de risques.

- Le paramètre β_m qui mesure la sensibilité des primes de risque des actions au marché n'est pas significativement différent à court-terme de ceux du modèle Multi-Betas Global et du MEDAF (corrigés de l'hétéroscédasticité de leurs résidus). Pour un "noise trader" l'utilisation du seul modèle MEDAF peut conforter, dans ce cas, ses choix d'investissement. Il peut, toutefois, considérer les sensibilités des actions de son portefeuilles aux variations de l'Or et du Pétrole pour moduler ses choix.
- L'estimation du Modèle Multi-Betas Global (sans sa décomposition) concerne 2/3 des actions dans sa version complète avec l'Or et le Pétrole ou l'une de ses variables. Les

sensibilités des primes de risque des actions à ces deux facteurs sont faibles par rapport à celle du marché mais, elles permettent, cependant, d'appréhender d'éventuels effets positifs sur certaines catégories d'actions notamment celles des secteurs pétrolier/gazier et bancaire. A titre d'exemple, le Pétrole affecte négativement la majorité des actions, cependant, son impact est plus fort pour les actions ayant un Beta du marché élevé que pour celles avec un β_m faible. L'Or affecte négativement et plus fortement les actions avec un risque systématique fort (comme le secteur bancaire) mais l'effet est inversé pour les actions avec un β_m inférieur à un (principalement celles des secteurs du Luxe et du Pétrole). Ces cas peuvent être multipliés et répétés avec les modèles multi-betas tempo-fréquentiels de cet article (et complétée par d'autres variables exogènes) en croisant les valeurs des paramètres de régression avec les secteurs d'activités et les horizons de placement des investisseurs.

- Le modèle Multi-Betas Tempo-Fréquentiel est celui qui génère, in fine, le plus d'informations pratiques pour les investisseurs en particulier les fundamentalistes. On constate, en effet, aux basses-fréquences (D6) que le MEDAF n'est retenue que pour une action alors que les autres sont impactées simultanément ou séparément par les deux variables Or et Pétrole, et cet effet est croissant avec l'horizon temporel d'investissement.
- Les ondelettes constituent ainsi un outil puissant de différenciation des sensibilités des primes de risque aux différentes variables selon les positions d'investissement des agents. La conjugaison des différentes estimations tempo-fréquentielles du modèle offre une véritable panoplie de choix aux décideurs sur les marchés financiers.

ANNEXES

Tableaux A1 : Caractéristiques des actions

A1.1 : Moyennes et Ecart-types des Ln(Prix)

Variables	Moyenne	Ecart-types	Skewness	Kurtosis
Accor	3,15	0,34	0,15	2,76
Airbus	3,15	0,52	0,28	2,18
Alcatel	1,20	0,74	0,19	2,05
Air Liquide	4,05	0,40	-0,15	2,16
AXA	2,48	0,31	0,08	2,71
BNP	3,72	0,25	-0,98	3,68
Bouygues	3,13	0,26	0,10	2,17
CA	2,29	0,48	-0,46	2,87
CARREFOUR	3,23	0,28	-0,74	3,31
DANONE	3,70	0,23	-0,39	2,78
ESSILOR	3,84	0,47	0,27	2,00
GDF	2,76	0,19	-0,11	2,75
Gemini	3,51	0,37	0,78	3,22
St Gobain	3,48	0,26	-0,08	3,22
LVMH	4,42	0,41	-0,10	1,79
Michelin	3,90	0,35	0,04	2,28
L'Oréal	4,36	0,36	0,50	2,30
Orange	2,29	0,19	-0,10	3,09
PSA	2,72	0,56	-0,47	2,36
Publicis	3,46	0,43	0,29	1,98
Renault	3,81	0,47	-0,62	2,87
Ricard	4,12	0,31	-0,03	2,21
Schneider	3,51	0,43	-0,16	1,88
SG	3,70	0,50	0,05	2,51
Sodexo	3,77	0,41	-0,06	2,28
Technip	3,85	0,36	-0,65	3,21
Total	3,43	0,18	0,29	2,88
Veolia	2,77	0,49	0,03	2,24
Vinci	3,45	0,30	-0,03	2,84
Vivendi	2,57	0,18	0,68	3,10
Gold	6,64	0,40	-0,44	2,00
Oil	4,05	0,25	-0,58	2,81
CAC	8,33	0,19	-0,02	2,31

A1.2 : Tests de stationnarité de Phillips-Perron sur les Ln(Prix) et les primes de risque

Ln(Prix)	M3	M2	M1	Primes	M3
CAC	-1,89	-1,85	0,23	CAC	-56,11
Oil	-2,57	-2,13	-0,07	Oil	-57,32
Gold	-1,22	-2,23	1,77	Gold	-56,18
Accor	-3,1	-2,06	-1,11	Accor	-52,93
Airbus	-1,53	-0,52	0,93	Airbus	-53,39
Alcatel	-1,15	-1,74	-1,47	Alcatel	-51,26
Air Liquide	-3,27	-1,51	2,08	Air Liquide	-60,49
AXA	-2,41	-2,05	0,72	AXA	-51,22
BNP	-2,48	-2,48	0,24	BNP	-53,9
Bouygues	-1,88	-1,88	0,44	Bouygues	-55,34
CA	-1,5	-1,49	-0,51	CA	-51,42
CARREFOUR	-1,87	-1,67	-0,03	CARREFOUR	-54,48
DANONE	-3,06	-2,19	1,34	DANONE	-56,78
ESSILOR	-2,32	-0,45	2,38	ESSILOR	-57,77
GDF	-3,09	-3,02	0,33	GDF	-54,64
Gemini	-1,58	-0,81	1,4	Gemini	-53,5
St Gobain	-2,36	-2,36	0,03	St Gobain	-54,64
LVMH	-1,96	-0,65	1,73	LVMH	-59,99
Michelin	-2,54	-1,41	1,1	Michelin	-55,7
L'Oréal	-2,46	-1,57	0,69	L'Oréal	-52,28
Orange	-1,42	-1,38	0,32	Orange	-54,42
PSA	-1,36	-1,46	-0,59	PSA	-49,27
Publicis	-1,97	-0,7	1,26	Publicis	-54,03
Renault	-1,27	-1,25	0,3	Renault	-49,21
Ricard	-2,64	-1,48	1,43	Ricard	-55,28
Schneider	-2,53	-1,91	1,19	Schneider	-57,69
SG	-1,72	-1,49	-0,33	SG	-48,76
Sodexo	-3,19	-1,6	2,04	Sodexo	-54,67
Technip	-1,89	-2,04	0,24	Technip	-53,73
Total	-3,31	-2,77	0,78	Total	-55,66
Veolia	-1,1	-1,14	0,04	Veolia	-510257
Vinci	-2,59	-1,99	1,48	Vinci	-56,9
Vivendi	-2,17	-1,86	0,56	Vivendi	-56,31

Valeurs	Critiques
1%	-3,96
5%	-3,41
10%	-3,13

Pour les tests sur les primes de risque, les statistiques pour les modèles 2 et 1 sont quasiment similaires à celles du modèle 3.

Al.3 : Moyennes et Ecart-Types des Primes de risque

Primes	Moyennes	Test de Nullité	Ecart-Types	Skewness	Kurtosis
CAC	-0,0000494	0,19	0,0143	0,02	9,55
Oil	0,0000309	0,07	0,0232	-0,01	8,44
Gold	0,000392	1,78	0,0118	-0,47	8,27
Accor	0,000355	0,93	0,0205	0,17	7
Airbus	0,000316	0,74	0,0228	-0,95	16,65
Alcatel	-0,000506	0,88	0,0307	-0,26	9,46
Air Liquide	0,000368	1,34	0,0147	0,04	7,34
AXA	0,000351	0,72	0,026	0,45	12,15
BNP	0,0000518	0,11	0,0254	0,27	11,53
Bouygues	0,000105	0,26	0,0212	0,31	10,41
CA	-0,000212	0,41	0,0275	0,21	9,03
DANONE	0,000245	0,9	0,0145	-0,05	7,18
CARREFOUR	-0,0000784	0,23	0,0185	-0,06	6,34
ESSILOR	0,000466	1,84	0,0136	0,36	9,08
GDF	0,0000471	0,13	0,019	1,12	23,11
Gemini	0,000425	1,07	0,0212	0,02	6,65
St Gobain	-0,0000298	0,07	0,0234	0,04	9,52
L'Oréal	0,00031	1,12	0,0148	0,23	8,75
LVMH	0,000298	0,89	0,018	0,09	8,53
Orange	-0,0000008	0	0,0158	0,28	6,68
Michelin	0,000228	0,56	0,0219	-0,1	6,59
PSA	-0,000269	0,54	0,0267	-0,02	5,42
Publicis	0,000271	0,92	0,0157	0,01	6,39
Renault	0,000123	0,25	0,0261	-0,16	7,44
Ricard	0,000293	0,95	0,0165	-0,33	12,43
Schneider	0,000351	0,88	0,0214	0,09	7,92
SG	-0,000179	0,34	0,0281	-0,07	9,04
Sodexo	0,00047	1,65	0,0152	-0,11	8,88
Technip	0,0000608	0,14	0,024	-0,34	8,17
Total	0,000137	0,45	0,0162	0,17	10,01
Veolia	-0,0000174	0,04	0,0209	-0,79	17,07
Vinci	0,000379	1,05	0,0194	0,27	10,59
Vivendi	0,0000598	0,21	0,0155	0,07	7,5

Tableau A2 : Analyse de la Multicolinéarité

A2.1 Matrice des corrélations

Matrice Corrélation	CAC	Oil	Gold
CAC	1	0,15	0,28
Oil	0,15	1	-0,07
Gold	0,28	-0,07	1

A2.2 Variance Inflation Factors (ViF)

ViF		
CAC	Oil	Gold
1,099	1,12	1,038

Tableau A3 : Estimation du MEDAF-EGARCH

	MEDAF-EGARCH	β_m	T-stat	R2	LB	ARCH	JB
$\beta_m < 1$	Essilor	0,525	33,527	0.31	2.02	3.59	16301
	Sodexo	0,559	38,830	0.35	0.41	0.72	9359
	Ricard	0,627	35,094	0.355	5.79	0.386	9427
	Danone	0,697	49,456	0.41	4.11	2.26	4732
	Publicis	0,7	43,134	0.43	6	0.76	2019
	Orange	0,722	51,499	0.43	2.27	0.46	4566
	L'Oréal	0,755	55,404	0.486	1.34	2.04	4675
	Vivendi	0,788	57,146	0.52	1.51	0.16	7736
	Veolia	0,838	41,000	0.39	0.24	1.35	152130
	Air Liquide	0,851	65,115	0.65	2.9	0.21	7518
	Carrefour	0,866	49,282	0.48	1.32	1.14	3813
	Total	0,887	73,458	0.67	2.47	0.68	2273
	GDF	0,942	62,613	0.49	11.6	0.33	148170
	Airbus	0,945	42,384	0.35	3.94	0.17	105930
Accor	0,954	41,580	0.48	1.4	1.07	5617	
$\beta_m = 1$	Technip	0,991	35,798	0.39	3.22	1.22	6331
	Bouygues	0,994	51,512	0.5	0.24	0.84	17744
	Gemini	0,996	46,108	0.484	2.27	0.35	2782
	Michelin	1,017	44,993	0.49	4.46	2.41	3560
$\beta_m > 1$	LVMH	1,028	72,783	0.62	1.79	0.31	10806
	Vinci	1,062	72,543	0.67	1.12	0.875	5150
	Alcatel	1,131	37,546	0.32	0.846	1.56	14264
	PSA	1,135	46,521	0.39	3.63	0.07	1539
	Schneider	1,192	70,704	0.68	9.93	2.533	1063
	St-Gobain	1,25	64,465	0.67	2.04	0.23	15825
	Renault	1,268	54,896	0.55	1.16	2.05	2262
	AXA	1,288	70,891	0.67	4.38	0.013	43151
	BNP	1,289	77,316	0.61	2.94	0.96	40217
	SG	1,305	62,943	0.56	5.07	4.53	10525
	CA	1,351	37,302	0.56	2.62	1.58	7842

Au risqué de 5%, Colonne LB (Ljung-Box test): $\chi^2(5)=11.1$; Colonne ARCH (ARCH-LM test): $\chi^2(5)=11.1$ Colonne J-B (Jarque-Bera Line): $\chi^2(2)=5.99$.

Il s'agit ici des Tests pondérés de Ljung-Box et de ARCH-M de Fisher-Gallagher (2012)

Tableau A4 : Comparaison des β_m du MEDAF-EGARCH et du Multi-Betas-EGARCH

	Actions	Beta (CAPM-EGARCH)	Beta (MB-EGARCH)	Différences	
$\beta_m < 1$	Essilor	0,53	0,53	0	NS
	Sodexo	0,58	0,57	0,01	NS
	Danone	0,7	0,7	0	NS
	Ricard	0,63	0,63	0	NS
	Publicis	0,7	0,7	0	NS
	L'Oréal	0,75	0,77	-0,02	NS
	Orange	0,72	0,73	-0,01	NS
	Vivendi	0,79	0,79	0	NS
	Air Liquide	0,85	0,85	0	NS
	Carrefour	0,87	0,87	0	NS
	Veolia	0,83	0,83	0	NS
	Total	0,89	0,86	0,03	NS
	GDF	0,95	0,95	0	NS
	Airbus	0,94	0,95	-0,01	NS
	Accor	0,95	0,96	-0,01	NS
	$\beta_m = 1$	LVMH	1,02	1,03	-0,01
Gemini		0,99	1,01	-0,02	NS
Technip		0,99	0,94	0,05	NS
Bouy		0,99	0,99	0	NS
Michelin		1,03	1,02	0,01	NS
$\beta_m > 1$	Vinci	1,06	1,07	-0,01	NS
	PSA	1,13	1,14	-0,01	NS
	Alcatel	1,13	1,13	0	NS
	Schneider	1,19	1,2	-0,01	NS
	St-Gobain	1,25	1,25	0	NS
	Renault	1,27	1,28	-0,01	NS
	BNP	1,29	1,3	-0,01	NS
	CA	1,35	1,36	-0,01	NS
	SG	1,31	1,32	-0,01	NS
	AXA	1,29	1,3	-0,01	NS

NS=Différences Non-Significatives

Tableau A5– Correspondances en jour et en mois des bandes de fréquences

Résolution J	Horizons en Jours	
	bornes inf	bornes sup
D1	2	4
D2	4	8
D3	8	16
D4	16	32
D5	32	64
D6	64	128
D7	128	256
D8	256	512
D9	512	1024
D10	1024	2048
D11	2048	4096
S11	4096	-

Tableau A6: Estimation du Multi-Beta-AR-EGARCH Fréquentiel

β_m = Béta du Marché β_o = Béta du Pétrole β_g = Béta de l'Or

Actions	Bandes	β_m	T-STAT	β_o	T-STAT	β_g	T-STAT	R2	JB	LB	ARCH
ACCOR	D1	0,922	53,568	-0,0131	-1,3	0,0019	0,099	0,64	2204	720,423	5,574
	D2	0,984	50,781	-0,0235	-2,493	0,0017	0,521	0,565	1296	1316,592	12,735
	D3	1,033	65,3	-0,027	-2,944	0,0217	1,151	0,828	312	1813,83	291,959
	D4	1,021	58,074	0,0051	0,554	-0,0123	-0,791	0,943	403	1991,38	0,644
	D5	1,06	102,876	-0,0786	-15,065	0,0876	10,301	0,985	54	3550,87	9,751
	D6	0,922	179,691	0,077	29,068	0,1309	21,159	0,997	133	5414,858	10,955
AIRBUS	D1	0,921	34,132	0,0096	0,533	0,0053	0,25	0,592	15604	685,551	3,232
	D2	0,988	317,141	0,0209	0,309	0,0246	0,29	0,423	10082	1344,368	25,083
	D3	1,052	48,233	0,0339	2,911	0,0718	5,568	0,766	3670	1950,566	361,547
	D4	0,938	59,123	0,0477	4,836	0,0081	0,358	0,93	1814	1940,658	0,376
	D5	1,127	74,908	-0,0123	-2,129	0,0405	4,801	0,983	98	3427,716	17,265
	D6	1,057	100,269	-0,0559	-12,332	-0,2061	-23,259	0,995	1244	5139,662	1,388
ALCATEL	D1	1,13	15,55	-0,006	-0,429	-0,0745	-2,665	0,55	4055	676,418	9,678
	D2	1,162	131,953	-0,0182	-0,827	-0,0307	-0,455	0,407	2053	1239,125	14,845
	D3	1,212	40,039	0,0015	0,097	-0,0645	-2,15	0,766	823	1916,485	227,714
	D4	1,195	72,691	-0,045	-6,653	-0,1012	-6,578	0,928	229	1983,44	6,144
	D5	1,608	87,96	0,0603	9,718	-0,1421	-7,578	0,983	77	3739,435	9,791
	D6	1,056	77,267	0,0952	11,826	-0,4725	-43,9	0,996	110	4906,294	12,773
Air	D1	0,879	77,935	-0,0047	-0,597	0,0467	3,601	0,785	3658	754,676	2,569
	D2	0,838	75,114	-0,007	-1,911	0,0214	2,494	0,685	1151	1322,802	18,965
	D3	0,866	67,361	-0,0124	-1,657	0,0542	3,986	0,859	774	1827,23	356,415
Liquide	D4	0,873	85,264	0,0163	4,512	-0,0154	-1,839	0,955	5918	1962,898	15,448
	D5	0,823	63,518	0,0013	0,195	0,0123	0,928	0,989	1156	3476,632	19,158
	D6	0,735	151,265	0,0731	22,043	-0,0002	-0,056	0,996	90	5375,606	46,855
AXA	D1	1,302	92,734	-0,0154	-2,122	-0,0712	-5,291	0,774	18964	687,71	6,967
	D2	1,359	73,298	-0,0217	-2,53	-0,1259	-7,542	0,722	14559	1229,758	19,739
	D3	1,401	81,679	-0,0196	-3,315	-0,0839	-5,976	0,867	5239	1949,991	306,684
	D4	1,415	88,816	-0,0271	-5,592	-0,1252	-7,886	0,967	2520	2104,741	10,316
	D5	1,184	97,609	-0,0405	-15,744	-0,1378	-12,881	0,987	10038	3495,235	6,593
	D6	1,35	203,93	-0,2821	-92,108	-0,3023	-53,248	0,998	3249	4671,677	10,535
BNP	D1	1,287	71,344	-0,0074	-0,978	-0,0786	-5,334	0,767	10672	682,734	15,477
	D2	1,316	84,514	-0,0026	-1,061	-0,1227	-7,886	0,653	12603	1304,48	18,303
	D3	1,331	71,332	-0,0655	-8,661	-0,0424	-1,315	0,851	12069	1916,993	235,842
	D4	1,332	83,583	-0,0739	-11,28	-0,1264	-9,242	0,957	11237	2007,968	0,508
	D5	1,18	121,582	-0,0536	-11,056	-0,0681	-10,048	0,982	7760	3282,641	2,759
	D6	1,235	143,006	-0,1418	-28,493	-0,1477	-41,589	0,996	25827	4609,296	0,004
Bouygues	D1	0,971	53,72	0,0221	2,435	0,0262	1,424	0,689	6075	714,38	3,226
	D2	0,95	41,002	0,0328	3,353	0,032	1,814	0,564	3648	1265,106	16,355
	D3	1,003	59,313	-0,0016	-0,153	0,0436	2,398	0,814	20125	1821,523	359,875
	D4	0,998	91,394	-0,0362	-6,964	0,0257	2,704	0,944	2357	1900,468	2,986
	D5	0,912	67,347	0,0249	3,418	-0,0555	-4,247	0,982	112	4102,425	8,078
	D6	0,932	140,057	-0,1614	-46,496	0,0633	7,727	0,996	31	5110,38	22,158

Actions	Bandes	Bm	T-STAT	Bo	T-STAT	Bg	T-STAT	R2	JB	LB	ARCH
CA	D1	1,274	44,119	0,0041	0,363	-0,1051	-5,129	0,698	3074	712,218	8,442
	D2	1,271	52,67	0,0145	1,336	-0,194	-8,933	0,607	7921	1340,081	26,383
	D3	1,378	70,074	0,0244	1,693	-0,1689	-8,915	0,842	6246	1886,868	232,375
	D4	1,467	117,298	-0,0932	-10,943	-0,058	-2,638	0,954	1299	1967,495	1,588
	D5	1,28	101,315	-0,1038	-15,193	-0,1333	-14,336	0,983	1990	3102,17	0,686
	D6	1,434	151,138	-0,1313	-17,748	0,0082	0,871	0,997	5665	4782,805	0,063
Carrefour	D1	0,897	63,492	0,0002	0,024	0,0141	0,912	0,673	1139	713,39	8,053
	D2	0,896	59,47	-0,0096	-2,177	-0,0112	-1,02	0,557	1207	1229,213	16,74
	D3	0,858	45,131	-0,0277	-5,541	-0,0178	-1,572	0,788	505	1920,435	307,689
	D4	0,943	51,338	0,0163	2,733	-0,0513	-4,142	0,944	951	2084,816	5,033
	D5	0,966	97,56	-0,099	-18,71	0,0533	3,854	0,984	119	3567,823	8,862
	D6	0,917	228,951	-0,0716	-20,656	0,1206	26,796	0,995	6	5442,434	46,885
Danone	D1	0,737	61,417	-0,0082	-1,665	-0,0018	-0,577	0,637	2964	765,416	23,292
	D2	0,709	58,165	-0,0014	-0,471	0,0039	0,54	0,492	2952	1280,469	22,841
	D3	0,674	61,165	-0,0479	-6,423	0,0313	2,189	0,742	3969	1832,224	294,52
	D4	0,561	52,063	0,0007	0,074	0,0195	1,289	0,918	186	2076,038	16,175
	D5	0,696	97,018	0,0014	0,671	-0,0241	-4,306	0,978	440	3740,374	8,759
	D6	0,725	169,421	0,0921	24,367	-0,0014	-0,917	0,997	2	4852,443	25,67
Essilor	D1	0,546	36,593	-0,0134	-1,794	-0,025	-1,762	0,575	3009	833,8	1,718
	D2	0,553	44,366	-0,0224	-3,815	0,0347	5,343	0,378	2017	1204,631	15,767
	D3	0,533	37,298	-0,0226	-3,211	0,0742	6,076	0,709	16012	1824,622	366,232
	D4	0,561	10,105	-0,0256	-0,689	-0,0029	-0,032	0,93	3151	2072,106	5,2
	D5	0,643	49,295	-0,0542	-13,963	0,0715	9,365	0,982	11167	3644,675	0,1
	D6	0,791	148,989	-0,0935	-30,069	0,1178	17,876	0,994	399	5445,626	2,35
GDF	D1	0,909	65,558	-0,0324	-4,463	-0,0049	-0,329	0,65	71465	735,042	4,969
	D2	0,913	58,982	-0,0319	-3,89	-0,0191	-1,141	0,549	25261	1251,034	17,128
	D3	0,983	72,713	-0,0313	-3,484	0,0022	0,149	0,791	2683	1831,72	301,399
	D4	1,017	48,169	-0,0369	-5,717	0,0449	1,863	0,944	3114	2007,483	4,381
	D5	0,898	99,075	-0,0614	-14,877	-0,0985	-8,745	0,983	763	3506,152	11,128
	D6	0,878	223,197	-0,1281	-15,478	-0,1865	-46,133	0,996	93	4680,596	21,709
Gemini	D1	1,002	33,979	-0,0136	-0,999	0,0138	0,615	0,652	745	739,851	7,738
	D2	1,025	58,859	-0,0387	-6,889	-0,0169	-1,17	0,559	778	1278,93	23,591
	D3	1,037	58,898	-0,0072	-0,855	-0,0437	-3,356	0,818	112	1840,925	319,023
	D4	1,037	52,898	-0,0812	-9,945	0,0731	5,776	0,944	213	1990,637	3,3
	D5	1,202	91,467	-0,0961	-9,763	0,0356	1,703	0,985	516	3346,097	7,629
	D6	1,247	180,589	-0,0754	-20,896	-0,1584	-35,876	0,997	274	5026,435	1,805
Saint Gobain	D1	1,248	81,412	-0,0056	-1,54	-0,0072	-1,087	0,788	3975	717,355	6,754
	D2	1,256	75,235	-0,025	-3,345	-0,0013	-0,075	0,728	2835	1192,911	19,451
	D3	1,299	96,76	-0,032	-3,99	-0,012	-1,286	0,87	10593	1933,088	336,118
	D4	1,247	43,44	-0,008	-1,414	-0,05	-6,234	0,965	20313	1823,361	2,7
	D5	1,42	46,91	-0,0242	-2,973	-0,0714	-5,877	0,99	1591	3779,978	17,416
	D6	1,321	139,715	-0,0847	-19,028	-0,0434	-15,043	0,998	1704	4978,199	10,059

Actions	Bandes	Bm	T-STAT	Bo	T-STAT	Bg	T-STAT	R2	JB	LB	ARCH
L'Oréal	D1	0,806	49,172	-0,0242	-5,081	0,0172	1,998	0,68	2875	721,902	4,962
	D2	0,796	80,283	-0,0395	-3,776	0,0033	0,183	0,544	937	1276,811	11,204
	D3	0,704	46,502	-0,0353	-4,784	0,0113	0,704	0,79	177	1875,929	368,543
	D4	0,704	67,297	-0,0048	-1,343	-0,0038	-0,302	0,934	139	2062,251	8,404
	D5	0,698	5,612	-0,0596	-15,37	0,029	0,393	0,981	174	3779,932	17,939
	D6	0,623	138,419	0,0328	12,872	-0,0103	-2,478	0,997	74	4897,552	27,416
LVMH	D1	0,99	70,254	-0,0195	-1,85	0,0139	0,989	0,752	3855	738,863	5,546
	D2	1,058	75,921	-0,0259	-3,519	0,0236	1,723	0,681	1817	1277,3	11,425
	D3	1,017	79,718	0,0106	1,889	0,0004	0,24	0,875	432	1818,208	239,076
	D4	0,994	102,042	-0,0095	-1,347	0,0788	6,933	0,956	712	1946,948	2,814
	D5	1,17	111,387	-0,0659	-18,094	-0,0309	-6,721	0,988	1194	3673,455	28,345
	D6	0,852	151,765	0,1614	53,827	0,1628	41,282	0,997	63	4948,791	15,012
Michelin	D1	0,99	24,292	-0,0326	-1,821	0,0364	1,913	0,643	1553	805,246	9,807
	D2	1,061	61,831	-0,0275	-2,153	-0,0092	-0,439	0,558	1522	1254,669	20,26
	D3	1,108	63,356	-0,0162	-1,465	-0,0235	-1,19	0,831	654	1902,326	268,755
	D4	1,137	88,262	-0,0653	-12,329	0,0353	2,835	0,938	2541	1861,805	2,606
	D5	1,049	113,278	-0,0436	-13,227	0,0897	9,103	0,983	30	3545,693	14,065
	D6	0,78	46,648	0,1171	16,409	0,1776	12,621	0,996	1463	4783,524	2,389
Orange	D1	0,803	66,52	-0,0171	-3,975	-0,0442	-3,074	0,657	984	642,411	3,546
	D2	0,772	96,492	-0,0205	-2,228	-0,0177	-0,548	0,498	522	1303,186	17,907
	D3	0,75	48,777	-0,0255	-4,569	-0,022	-2,686	0,758	543	2005,264	299,768
	D4	0,689	58,285	-0,0642	-8,598	-0,0096	-0,431	0,926	353	1997,156	1,108
	D5	0,746	91,543	-0,0232	-7,063	0,0573	10,542	0,978	417	3398,805	2,83
	D6	0,734	4,885	-0,0513	-0,892	0,0961	0,624	0,994	49685	4644,284	0,027
PSA	D1	1,11	49,5	-0,0321	-3,072	-0,0756	-3,311	0,577	699	749,887	11,407
	D2	1,212	59,276	-0,0516	-4,214	-0,016	-0,634	0,487	1061	1233,383	11,813
	D3	1,243	59,351	-0,0338	-3,108	0,0151	0,721	0,796	860	1868,307	262,055
	D4	1,219	64,159	-0,0434	-4,992	-0,0142	-1,195	0,935	362	2079,779	0,835
	D5	1,344	97,359	-0,0618	-17,868	0,1681	4,455	0,982	305	3747,039	3,86
	D6	1,191	160,654	0,0318	14,274	-0,224	-38,913	0,995	1043	4734,492	0,6
Publicis	D1	0,694	42,273	-0,0194	-2,112	0,0327	2,76	0,596	1224	757,493	6,301
	D2	0,707	45,385	-0,0137	-1,504	0,027	1,614	0,493	473	1287,14	7,925
	D3	0,741	46,288	0,0172	1,716	0,0019	0,113	0,808	109	1795,001	384,774
	D4	0,817	59,203	0,0171	2,533	0,0149	0,84	0,943	2051	1949,901	1,736
	D5	0,76	88,772	-0,0495	-9,643	0,0015	0,126	0,983	7950	3447,421	0,471
	D6	0,824	86,228	0,026	6,827	-0,0232	-4,281	0,996	157	5151,618	7,091
Renault	D1	1,238	56,505	-0,0477	-5,216	-0,0317	-1,382	0,681	897	755,725	20,346
	D2	1,302	53,378	-0,0409	-4,056	0,0003	0,012	0,61	1495	1341,472	18,856
	D3	1,335	65,015	0,004	0,33	0,0424	2,124	0,855	552	1802,368	346,576
	D4	1,363	4,817	-0,01	-0,148	0,0369	0,544	0,953	528	2035,71	4,813
	D5	1,425	85,697	-0,0958	-18	0,073	7,306	0,986	127	3772,753	7,318
	D6	1,796	46,037	0,0135	1,516	0,0904	15,57	0,998	1839	5054,13	8,789
Ricard	D1	0,61	39,674	-0,0277	-4,981	0,0338	2,379	0,578	3633	720,146	6,28
	D2	0,627	42,105	-0,0236	-5,819	0,0275	3,95	0,441	2238	1295,382	21,609
	D3	0,611	48,038	-0,0163	-2,576	0,113	9,528	0,762	7591	1798,997	306,814
	D4	0,692	65,392	0,0058	1,141	0,0364	2,499	0,925	2444	1867,326	0,227
	D5	0,668	73,462	0,0274	4,784	-0,0382	-2,71	0,981	499	3521,147	13,891
	D6	0,861	163,407	-0,0445	-18,583	0,0947	27,602	0,997	5425	4551,731	0,741

Actions	Bandes	Bm	T-STAT	Bo	T-STAT	Bg	T-STAT	R2	JB	LB	ARCH
Schneider	D1	1,25	78,748	-0,0119	-1,261	-0,0141	-0,451	0,804	298	751,308	6,225
	D2	1,214	62,874	-0,002	-0,408	-0,015	-1,054	0,717	350	1299,377	14,378
	D3	1,183	112,767	-0,0252	-1,861	0,0227	0,733	0,863	485	1939,112	381,906
	D4	1,216	68,8	-0,0015	-0,159	0,0745	8,035	0,966	96	2017,251	12,497
	D5	1,241	142,445	-0,0518	-7,797	0,0532	5,872	0,989	24	3584,71	5,187
	D6	1,121	143,908	-0,1078	-21,842	0,0962	20,502	0,997	12	5337,106	19,574
Société Générale	D1	1,299	65,073	-0,001	-0,085	-0,0728	-4,716	0,691	12655	713,99	6,397
	D2	1,372	65,863	-0,0311	-5,715	-0,1159	-7,495	0,585	15743	1254,541	14,104
	D3	1,316	69,691	-0,0261	-3,157	-0,1266	-6,782	0,833	8311	1965,056	264,734
	D4	1,427	81,925	-0,0399	-4,734	-0,2014	-14,498	0,951	4963	2004,685	6,148
	D5	1,522	122,87	-0,1777	-28,857	-0,1438	-10,264	0,986	1904	3037,177	5,423
	D6	1,603	178,765	-0,1447	-31,842	-0,1056	-7,988	0,998	4839	4808,233	0,031
Sodexo	D1	0,591	38,955	-0,026	-3,343	-0,0041	-0,59	0,564	2380	717,009	7,007
	D2	0,624	46,632	-0,0261	-3,033	0,016	0,782	0,461	1592	1237,021	9,203
	D3	0,518	29,946	0,0015	0,856	0,0028	0,822	0,756	637	1844,456	298,796
	D4	0,602	46,281	-0,0225	-8,268	0,1157	11,177	0,93	257	2136,183	4,415
	D5	0,622	71,037	-0,0089	-2,043	0,1273	15,91	0,98	221	3514,833	18,342
	D6	0,689	74,584	0,0158	8,174	0,1747	25,146	0,995	16	4915,132	16,46
Technip	D1	0,893	36,736	0,1112	8,041	0,1011	4,313	0,614	2414	756,339	4,167
	D2	0,917	40,842	0,1545	11,967	0,0848	4,49	0,494	1022	1275,475	20,702
	D3	0,982	40,088	0,1983	15,557	0,0419	2,407	0,795	2157	1903,7	394,174
	D4	1,032	57,138	0,1747	14,672	0,2132	6,624	0,944	54	2094,344	6,915
	D5	0,825	41,628	0,2057	26,016	0,2193	12,162	0,982	114	3463,723	3,564
	D6	0,795	93,768	0,3087	39,955	0,0275	5,944	0,996	3240	4875,62	0,832
Total	D1	0,873	62,711	0,0614	9,36	0,0649	4,275	0,802	2401	767,264	13,434
	D2	0,852	73,628	0,0851	13,567	0,0649	5,584	0,729	1314	1275,056	14,515
	D3	0,794	75,237	0,1246	21,436	0,0334	2,551	0,88	348	1908,366	334,542
	D4	0,89	65,314	0,1159	14,129	0,1264	9,641	0,964	2681	1932,746	1,687
	D5	0,926	110,936	0,1224	26,215	0,0312	7,279	0,991	118	3410,849	8,209
	D6	0,95	110,29	0,1425	45,248	0,1957	40,782	0,998	75745	4211,004	0,003
Veolia	D1	0,8	51,954	-0,0034	-0,381	-0,0169	-2,083	0,601	19209	712,128	3,719
	D2	0,863	46,134	-0,0316	-3,047	0,0247	1,487	0,448	8043	1230,49	16,82
	D3	1,01	72,509	-0,0391	-6,752	-0,0676	-5,585	0,786	10245	1806,172	279,243
	D4	1,013	66,798	-0,05	-5,947	-0,0053	-0,325	0,942	2550	2044,105	3,863
	D5	1,039	68,723	-0,0509	-8,522	0,0534	4,281	0,982	1380	3352,049	9,374
	D6	1,072	143,174	-0,1706	-46,97	0,0075	1,052	0,997	476	4518,798	1,925
Vinci	D1	1,053	76,824	0,0031	0,997	0,0068	1,386	0,795	2187	745,545	9,871
	D2	1,041	91,259	0,0224	4,651	0,0152	2,504	0,724	3144	1227,291	10,726
	D3	1,108	85,355	0,0031	0,395	0,0158	1,103	0,871	2623	1899,902	459,31
	D4	1,096	91,975	-0,0234	-5,028	0,0439	3,879	0,958	359	2109,606	1,025
	D5	1,045	121,723	-0,0222	-5,911	-0,0666	-8,804	0,985	182	3692,986	16,208
	D6	0,987	167,461	-0,0105	-2,136	-0,0166	-2,887	0,998	129	5239,722	25,223
Vivendi	D1	0,835	65,841	-0,0107	-2,41	0,0053	1,124	0,705	1484	744,222	8,912
	D2	0,804	51,11	-0,0283	-3,634	0,0082	0,561	0,584	751	1296,013	21,059
	D3	0,768	52,12	-0,0347	-5,687	0,0325	2,108	0,805	661	1984,072	404,616
	D4	0,777	85,901	-0,0183	-4,74	-0,0528	-4,837	0,945	219	1934,851	7,703
	D5	0,84	118,075	-0,0243	-7,507	-0,0987	-17,753	0,983	249	3433,533	7,929
	D6	0,814	126,653	-0,1442	-61,332	-0,004	-0,65	0,996	180	5393,483	0,917

Bibliographie

1. Arfaoui M, Ben Rejeb A, (2017). Oil, gold, US dollar and stock market interdependencies: a global analytical insight, *European Journal of Management and Business Economics*, Vol. 26 Issue:3, pp.278-293, <https://doi.org/10.1108/EJMBE-10-2017-016>.
2. Bantz, R., (1981). The relationship between return and market value of common stocks, *Journal of financial economics*, Vol. 9 issue 1, (March 1981) pp 3-18.
3. Basher, S.A. and Sadorsky, P., (2006). Oil price risk and emerging stock markets. *Global Finance Journal*, 17(2): 224-251.
4. Basu, S., (1983). The relationship between earnings yield, market value and return for NYSE common stocks: Further evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(1): 129-156.
5. Baur, D. G. and Lucey, B., (2010). Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold. *The Financial Review*, 45(2), 217-229.
6. Baur, D. G. & McDermott, T. K., (2010). Is gold a safe haven? International evidence. *Journal of Banking & Finance*, 34, 1886-1898.
7. Baur, D. G. & McDermott, T. K. J., (2016). Why is gold a safe haven? *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 10, 63-71.
8. Bera, A., Bubnys, E. and Park, H. (1988). Conditional heteroscedasticity in the market model and efficient estimates of betas. *The Financial Review*, Vol. 23, No. 2, p. 201–214.
9. Bendod, A., Chikhi, M. and Bennaceur, F. (2017). Testing the CAPM-GARCH MODELS in the GCC-wide Equity sectors, *Asian Journal of Economic Modelling*, Vol 5, No. 4, pp 413-430.
10. Black F., Jensen, M., and Scholes M., (1972), *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Test; Studies in the Theory of Capital Markets* edited by M. Jensen New York: Praeger Publishers.
11. Bollerslev, T., (1986), Generalized Autoregressive Conditionnal Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, vol 31, pp 307-327.
12. Boyer, M.M. and D. Filion, (2007). Common and fundamental factors instock returns of Canadian oil and gas companies. *Energy Economics*, 29(3): 428-453.
13. Chen, N.F., Roll R. and Ross, S.A., (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of Business*, 59(3): 383-403.
14. Chua, J. H., Sick, G. & Woodward, R.S., (1990). Diversifying with gold stocks. *Financial Analysts Journal*, 46, 76-79.
15. Corhay, A. – Rad, A. (1996). Conditional heteroscedasticity adjusted market model and an event study. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 36. No. 4, p. 529–538.
16. Diebold, F., Jang I. and Jevons L., (1988). Conditional Heteroskedasticity in the Market, *Finance and Economics Discussion Series*, 42, Division of Research and Statistics, Federal Reserve Board, Washington D.C.
17. Engle, R., (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK inflation, *Econometrica*, 50: 987-1008.
18. Fama, E. (1996) Multifactor Portfolio Efficiency and Multifactor Asset Pricing, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 31 (4) ; 441-465.
19. E. Fama and MacBeth J. (1973), *Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests*; 81 (3) 607–636.

20. Fama, E. and French, K. (1992) Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds, *Journal of Financial Economics* 33(1), ;3-56;
21. Fama, E. and French, K.R. (1996) The CAPM is wanted, dead or alive. *Journal of Finance*, 51(5): 1947–1958.
22. Fisher, T.J. and Gallagher, C., (2012). New weighted portmanteau statistics for time series goodness of fit testing. *Journal of the American Statistical Association*, 107(498) : 777-787.
23. Gençay, R., Selçuk F. and Whitcher, B. (2005). Systematic Risk and Timescales, *Quantitative Finance*, 3 (2): 108-116.
24. Ghalanos, A., and Theussl. S., (2011) *Rsolnp: General non-linear optimization using augmented Lagrange multiplier method.*, 1.11 edition.
25. Giaccoto, C. and Ali, M.M., (1982). Optimal Distribution Free Tests and Further Evidence of Heteroskedasticity in the Market Model, *Journal of Finance*, 37: 1247-1257.
26. He Z., O'Connor F. and Thijssen J., (2018) Is Gold a sometime Safe Haven or an Always Hedge for Equity Investor ? A Markov Switching CAPM Approach for US and Uh Stocks Indices, *Internationnal Review of Financial Analysis*, 60 pp 30-37.
27. Huang, R.D., Masulis, R.W. , and Stoll, H.R. , (1996). Energy shocks and financial markets. *Journal of Futures Markets*, 16(1): 1–27.
28. Hussain Shahzad S.J., Raza N, Shahbaz M and Ali A., (2017), Dependence of stock market with gold and bonds under bullish and bearish Market States *Resources Policy*, vol. 52, issue C, 308-319
29. Johnson M. and Lamdin D. (2015) New Evidence on whether Gold Mining Stock are more like Gold or like Stocks, *Alternative Investment Analyst Review*, 5(2) pp 31-38.
30. Jones, D.W., Leiby P. and Paik I., (2004) Oil Price Shocks and the Macroeconomy: What Has Been Learned Since 1996, *The Energy Journal*, 25(2) 1-32.
31. Lee, C.C. and Zeng, J.H., (2011). The impact of oil price shocks on stock market activities: Asymetric effect with quantile regression. *Mathematics and Computers in Simulation*, 81(7): 1910-1920.
32. Lintner, J., (1965) The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets; *Review of Economics and Statistics*. 47 (1) : 13–37.
33. Lintner, J., (1981) Some new perspectives on tests of CAPM and other capital asset pricing models and issues of market efficiency ; edited by Harvard Institute of Economic Research, discussion paper.
34. Nelson, D., (1991) Conditional Heteroskedasticity in Asset Return A new Approach, *Econometrica* Vol 59 (2) :347-370.
35. Mallat, S., (1989), A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation; *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (7).
36. Mallat, S., (2001), *Une exploration des signaux en ondelettes*, Ecole polytechnique.
37. Mallat, S., (2009), *Wavelet tour of signal processing: the sparse way*, Academic Press.
38. Markowitz, H., (1952) Portfolio Selection, *Journal of Finance*, 7 (1) : 77-91.
39. Merton, R.C., (1973) Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1): 141-183
40. Mishra, P.K., Das, J.R. and Mishra, S.K. , (2010). Gold price volatility and stock market returns in India. *American Journal of Scientific Research*, 9: 49-55.

41. Mestre, R. and Terraza, M. (2018) Time-Frequency analysis of the CAPM – Application to the CAC 40- , *Managing global transitions journal*, Vol.16 (2) 2018, pp-141-157.
42. Mestre, R. and Terraza, M. (2018) Adjusted Beta based on an empirical comparison of OLS CAPM and the CAPM with EGARCH errors, proposed at *International Journal of Finance and Economics*.
43. Morelli, D., (2003) Capital Asset Pricing Models on UK Securities using ARCH. *Applied Financial Economics*, 13 (3). pp. 211-223. ISSN 0960-3107.
44. Meyer, Y., (1990), *Ondelettes et algorithmes concurrents*, Actualités mathématiques Hermans éditions des sciences et des arts xii p.217-381, 1990.
45. Mossin, J. (1966) Equilibrium in a Capital Asset Market; *Econometrica* Vol. 34, pp. 768–783.
46. Miyazaki, T., Toyoshima, Y. and Hamori,S., (2012). Exploring the dynamic interdependence between gold and other financial markets, *Economics Bulletin*, AccessEcon, vol. 32(1), pages 37-50
47. Ross, S. (1976) The arbitrage theory of capital pricing, *Journal of Economic Theory* 13, 341-360.
48. Schwert G. Seguin, P. (1990): Heteroscedasticity in stock returns. *The Journal of Finance*, Vol. 45, No. 4, :1129–1155.
49. Sharpe, W., (1964) Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under risk ; *Journal of Finance*, Vol. 19, No. 3: 425-442.
50. Sumner, S., Johnson, R., and Soenen, L., (2010). Spillover effects between gold, stocks, and bonds. *Journal of Centrum Cathedra*, 3(2): 106-120.
51. Tufano, P., (1998). The determinants of stock price exposure: Financial engineering and the gold mining industry. *Journal of Finance* 53(3), 1015-1052.
52. Ye, Y., (1997), *Interior point algorithms: Theory and analysis*, Wiley.